

平成 23年 問4

(1)

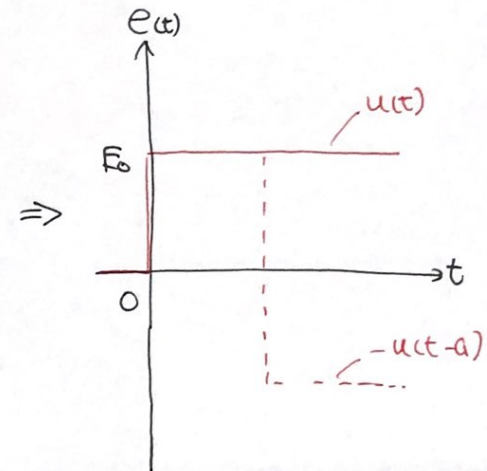
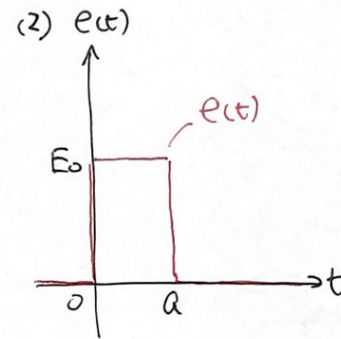
$$e(t) = RI'(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

ラプラス変換 すると

$$E(s) = RI(s) + L[sI(s) - i(0)]$$

初期電流は 0 である。

$$E(s) = RI(s) + sLI(s) \quad (1)$$



$e(t)$ は $u(t)$ と $-u(t-a)$ との重ね合わせ

$$e(t) = E_0 \{ u(t) - u(t-a) \}$$

両方ラプラス変換 すると $\rightarrow$ 定理 $\mathcal{L}[f(t-a)] = F(s)e^{-as}$

$$E(s) = E_0 \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s} e^{-as} \right)$$

$$= \frac{E_0}{s} (1 - e^{-as})$$

(2)

(3)

(2) a 解答を(1)へ代入する

$$\frac{E_0}{s} (1 - e^{-as}) = RI(s) + sLI(s)$$

$$\frac{E_0}{s} (1 - e^{-as}) = I(s) (R + sL)$$

$$I(s) = \frac{\frac{E_0}{s} (1 - e^{-as})}{R + sL}$$

$$= \frac{E_0 (1 - e^{-as})}{s(R + sL)}$$

$$= \frac{E_0 (1 - e^{-as})}{Ls(s + \frac{R}{L})} \quad (4)$$

(4)

(3) a 解答式(5)

$$\frac{E_0 (1 - e^{-as})}{Ls(s + \frac{R}{L})} \Rightarrow \frac{E_0}{L} \left(\frac{A}{s} + \frac{B}{s + \frac{R}{L}} \right) \quad \text{と置く}$$

$$\frac{E_0}{L} \cdot \frac{A(s + \frac{R}{L})}{s(s + \frac{R}{L})} + \frac{Bs}{s(s + \frac{R}{L})}$$

$$= \frac{E_0}{L} \cdot \frac{As + A\frac{R}{L} + Bs}{s(s + \frac{R}{L})}$$

$$= \frac{E_0}{L} \cdot \frac{(A+B)s + A\frac{R}{L}}{s(s + \frac{R}{L})}$$

$$\begin{cases} A+B=0 \\ A\frac{R}{L} = 1 - e^{-as} \end{cases}$$

$$A = \frac{L}{R} (1 - e^{-as})$$

$$B = -\frac{L}{R} (1 - e^{-as})$$

(4) 続き

したがって $I(s)$ は

$$\begin{aligned} I(s) &= \frac{E_0(1-e^{-as})}{Ls(s+\frac{R}{L})} \\ &= \frac{E_0}{L} \left\{ \frac{\frac{L}{R}(1-e^{-as})}{s} - \frac{\frac{L}{R}(1-e^{-as})}{s+\frac{R}{L}} \right\} \\ &= \frac{E_0}{L} \cdot \frac{L}{R} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{R}{L}} \right) (1-e^{-as}) \\ &= \frac{E_0}{R} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s} e^{-as} - \frac{1}{s+\frac{R}{L}} + \frac{1}{s+\frac{R}{L}} e^{-as} \right) \\ &= \frac{E_0}{R} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{R}{L}} - \frac{1}{s} e^{-as} + \frac{1}{s+\frac{R}{L}} e^{-as} \right) \end{aligned}$$

両辺を逆ラプラス変換すると

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{E_0}{R} \left[u(t) - e^{-\frac{R}{L}t} u(t) - u(t-a) + e^{-\frac{R}{L}t} u(t-a) \right] \\ &= \frac{E_0}{R} \left[(1-e^{-\frac{R}{L}t}) u(t) - (1-e^{-\frac{R}{L}(t-a)}) u(t-a) \right] \end{aligned}$$

(5)

(4) a 解答式に値を代入すると

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{10}{1} \left[(1-e^{-\frac{1}{0.1}t}) u(t) - \{1-e^{-\frac{1}{0.1}(t-1)}\} u(t-1) \right] \\ &= 10 \left[(1-e^{-10t}) u(t) - \{1-e^{-10(t-1)}\} u(t-1) \right] \end{aligned}$$

1秒後の電流値 $i(1)$ は

$$\begin{aligned} i(1) &= 10 \times \left[(1-e^{-10 \times 1}) \times 1 - \{1-e^{-10(1-1)}\} u(1-1) \right] \\ &= 10 \times [(1-e^{-10}) - 0] \\ &\doteq 10 \end{aligned}$$

初期値は 0 であるから

波形は (c) とある

(a)